

Il Sistema di Posizionamento Globale (GPS)

- Metodo di base: triangolazione nello spazio
- I satelliti GPS
- Determinazione delle distanze dai satelliti mediante misure di tempi di arrivo dei segnali
- Come è raggiunta la sua straordinaria precisione?
- GPS e Teoria della Relatività

Salvatore Mele e Paolo Strolin
Per contatti: strolin@na.infn.it

Conoscere la propria posizione nello spazio: "dove siamo" ?

- Uno dei problemi fondamentali dell'umanità, sin dai tempi antichi (pensiamo alla navigazione)
- Esigenza pratica \leftrightarrow applicazioni di scienza di base
- Bussola, sestante, orologi precisi ...
una lunga lista di invenzioni
- Oggi abbiamo il GPS (Global Positioning System)

Vogliamo capire come "funziona" il GPS ?

Per cominciare: la triangolazione

La nostra posizione è individuata in base alle distanze da tre punti di riferimento

Ad esempio, se sappiamo di distare:

- 2,3 km dall'Eremo dei Camaldoli
- 1,6 km dall'incrocio tra Via Giustiniano e Via Piave
- 1,9 km dall'incrocio tra Via Terracina e Via Agnano-Astroni

... siamo all'Università a Monte S. Angelo

La triangolazione, graficamente

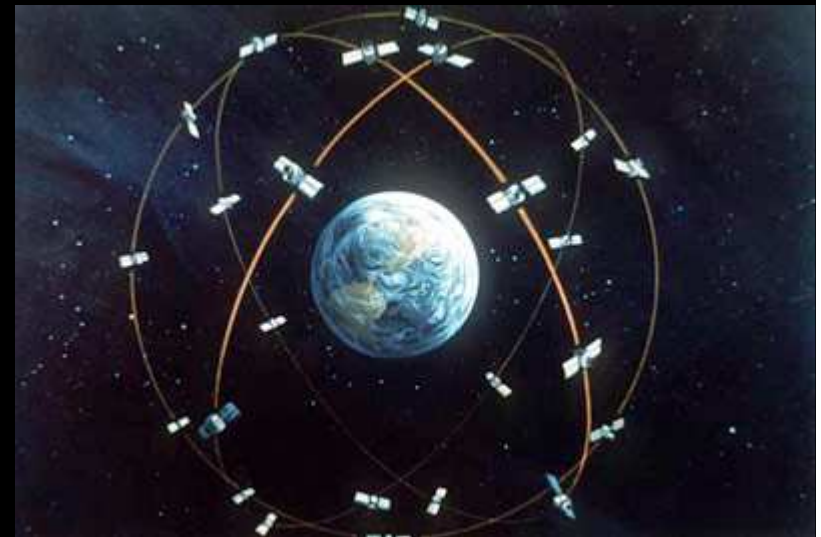


Posizione individuata in base alla distanza da 3 punti di riferimento

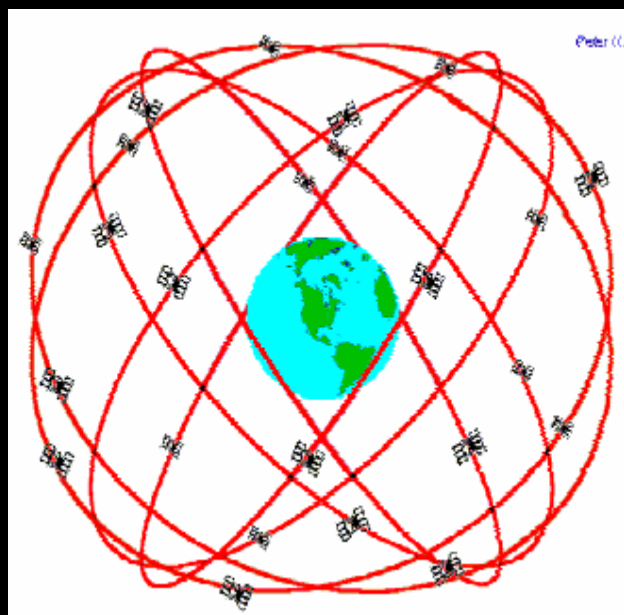
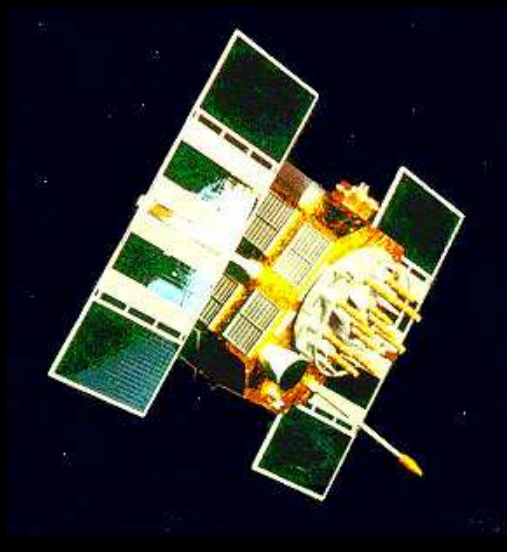
Come si trova la nostra posizione sulla Terra con il GPS?

- Stessa idea di base della triangolazione: la posizione in base a distanze da punti noti
- Quali punti noti usare ?

I satelliti del sistema GPS



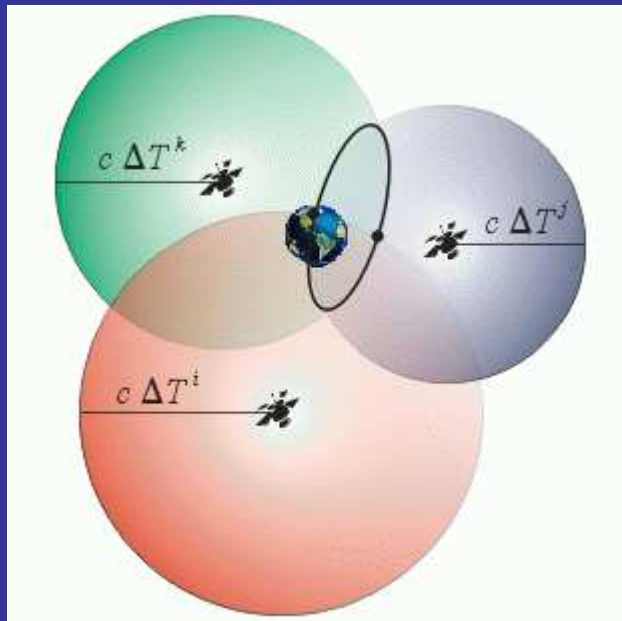
I satelliti del sistema GPS



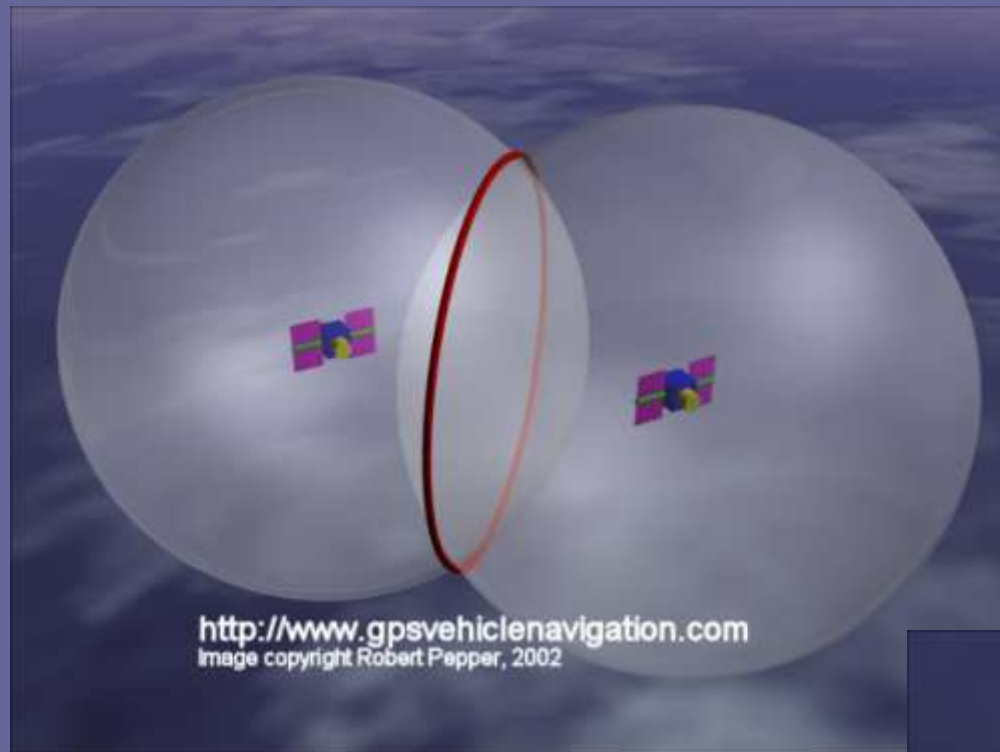
- Proprietà della Difesa USA
- 27 satelliti (24+3 riserve)
- Lanciati dal 1978 al 1994
- 20.000 km dalla Terra
- 12 ore periodo di rivoluzione
- 1.000 Kg di peso
- 17 metri (con pannelli)
- 10 miliardi di euro
(per il sistema completo)

Nella triangolazione i punti di riferimento
sono sulla superficie terrestre
Ora sono nello spazio !

Dal piano allo spazio → da cerchi a sfere

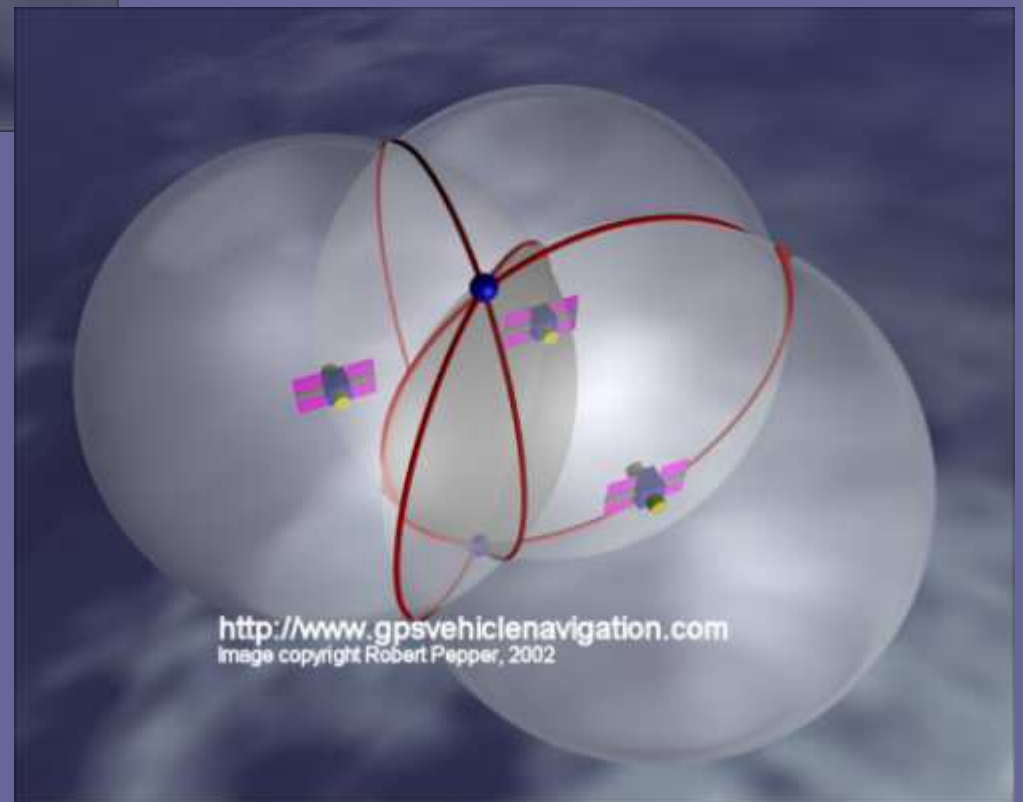


1. Siamo ad una certa distanza dal primo satellite: su una sfera
2. Siamo sul cerchio dove si intersecano la sfera del primo e del secondo satellite
3. Siamo in uno dei due punti dove il cerchio si interseca con la sfera del terzo satellite
4. Non possiamo essere che nel punto sulla Terra !



Dal cerchio
determinato dalle
distanze da due
satelliti ...

... al punto sulla
terra, in base
anche alla distanza
dal terzo satellite



Notate bene

Sia nella triangolazione che
con il GPS la nostra posizione
si misura
in base alle distanze da punti
di riferimento,
satelliti per il GPS

Dobbiamo capire come un piccolo GPS
riesce a
misurare la sua distanza dai satelliti
con tanta precisione

Una precisione di 10 m su 20.000.000 m
è circa una parte su un milione
come (diametro capelli $50\div 100\ \mu\text{m}$) / (Torre di Pisa 70 m)

E' come misurare l'altezza della Torre di Pisa con
la precisione del diametro di un capello !

Con speciali sistemi (differenziali) si riescono a raggiungere
precisioni ancora maggiori

Distanza percorsa $D =$
Velocità $V \times$ Tempo T

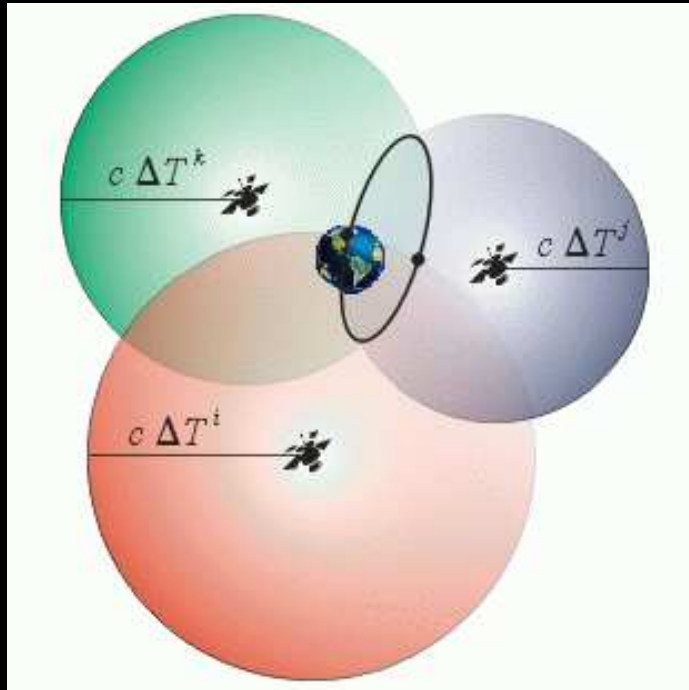


Ad es: $V=300 \text{ km/h}$, $T=1 \text{ h}$

$D = 300 \text{ km/h} \times 1 \text{ h} = 300 \text{ km}$

Se conosciamo la velocità e
misuriamo il tempo, possiamo
determinare la distanza !

E per la distanza da un satellite ?

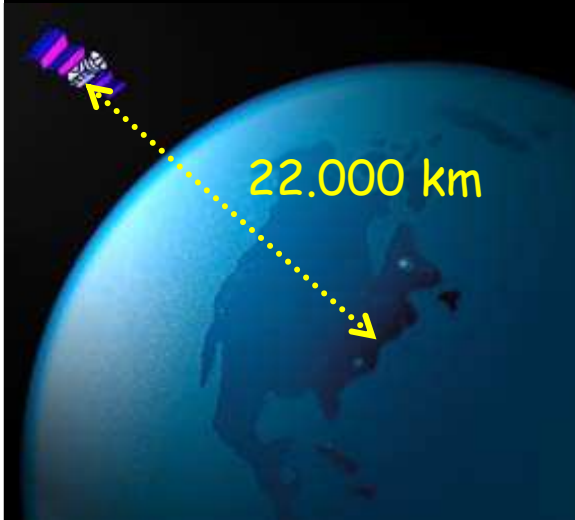


I segnali radio inviati dal satellite viaggiano con una velocità conosciuta con estrema precisione: la velocità della luce c !

$$c = 299\,792 \text{ km/s} \approx 300.000 \text{ km/s}$$

Per determinarne le distanza ($= c \times T$)
bisogna misurare il tempo T di
percorrenza del segnale

Quanto piccoli sono i tempi misurati dal GPS ?



Velocità della luce $c = 300.000 \text{ km/s}$
Distanza del satellite $D = 20.000 \text{ km}$

$$D = c \times T$$
$$\rightarrow T = D/c = 20.000 / 300.000 \text{ km/s}$$

Tempo da misurare: 6,7 centesimi di secondo !
Con la precisione di circa 1 parte su 1 milione !

Questo fa un ricevitore portatile !

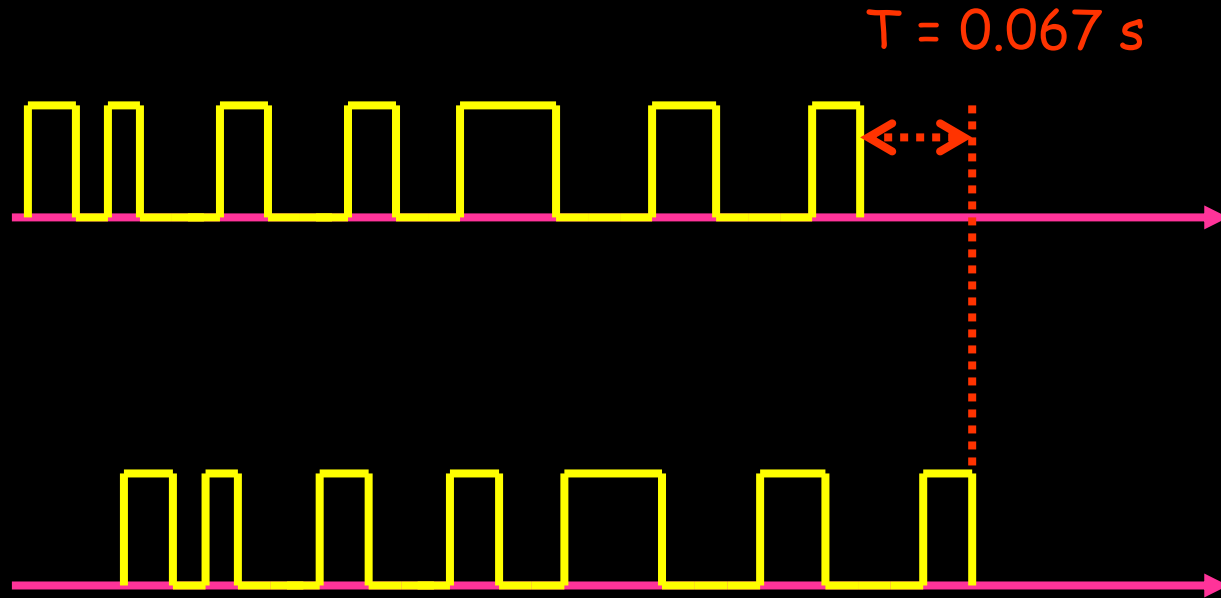
(su auto, aereo, barca, ... in trekking)

Come?



Satellite e ricevitore "cantano la stessa canzone"

(il segnale PRN : Pseudo Random Noise)

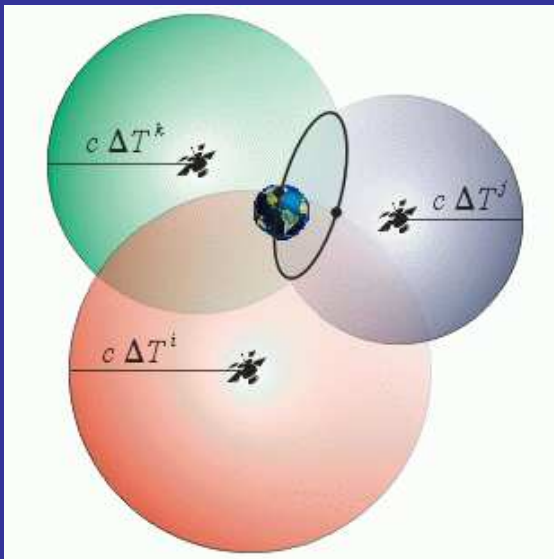
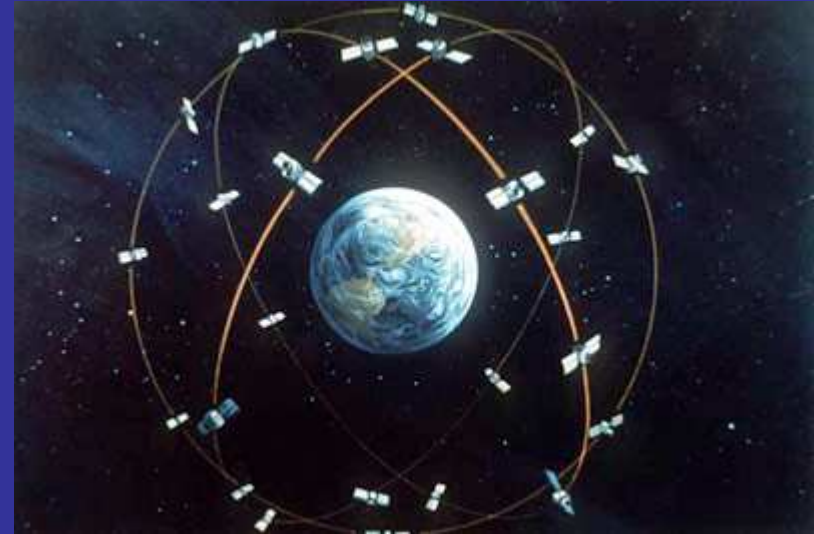


Misurando il ritardo T del "canto" del satellite, il ricevitore misura il tempo di percorrenza del segnale e quindi calcola la distanza D del satellite !

$$D = V \times T = 300.000 \text{ km/s} \times 0.067 \text{ s} = 20.000 \text{ km}$$

Da distanze a posizione

Il ricevitore "sa" dove si trovano i satelliti in ogni momento e quale sta "ascoltando": ognuno "canta una canzone diversa"!



Si può quindi calcolare la posizione, "ascoltando" almeno tre satelliti e misurando le distanze da essi

Con quale precisione ?

Quanto è precisa la misura del tempo T ?



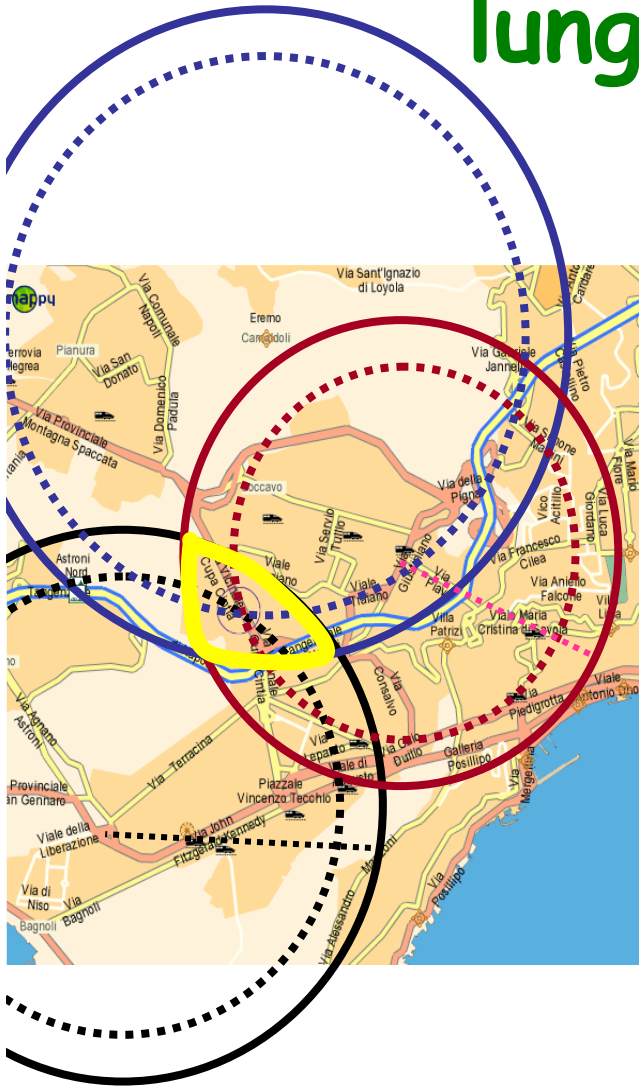
- I satelliti hanno orologi atomici, i più precisi esistenti. Ma un orologio atomico costa 100.000 euro !
- I ricevitori hanno normali orologi al quarzo: con un errore su T di 0.00001 s , si sbaglia D di $300.000 \text{ km/s} \times 0.00001 \text{ s} = \underline{3 \text{ km}}$!

Come arrivare a precisioni di metri ?

Incertezza in posizione nella triangolazione
se il righello indica lunghezze maggiori



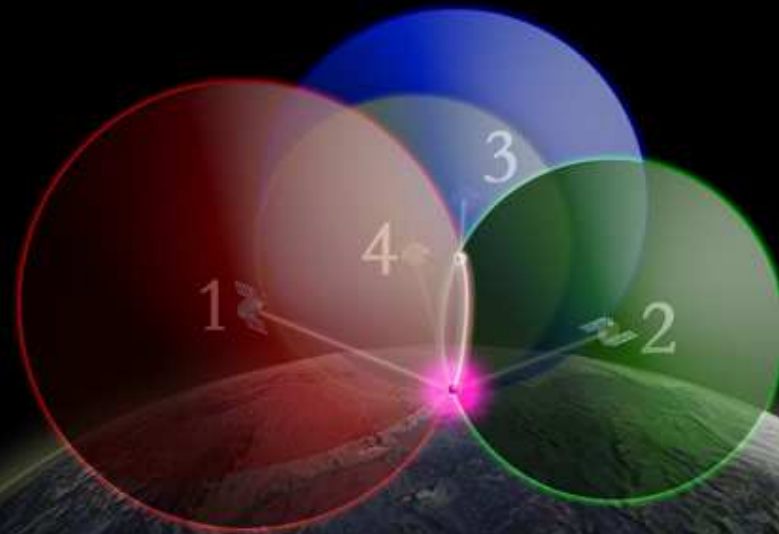
Correzione di un errore sulla lunghezza del righello



- Sappiamo che i cerchi devono incontrarsi in un punto
- Supponiamo che il righello abbia lunghezza "sbagliata"
- Cambiamo il diametro di tutti i cerchi moltiplicandolo per una costante fino a trovare un punto solo
- Abbiamo migliorato la precisione !

Come fare per il GPS ?

Si usano QUATTRO satelliti:
se la posizione suggerita dal quarto "non torna" con
quanto dato dai primi tre, si scalano tutte le
distanze fino a trovare un solo punto!



Si scalano tutte le distanze perché gli errori su di esse
sono tutti dati dall'errore (largamente dominante) sul
tempo misurato dal ricevitore (come per il righello)

Con un ricevitore da 100 euro si arriva alla precisione di
un orologio atomico da 100.000 euro!

IL GPS differenziale (DGPS)

➤ Oltre a una speciale "Stazione mobile", usa una "Stazione di Riferimento"

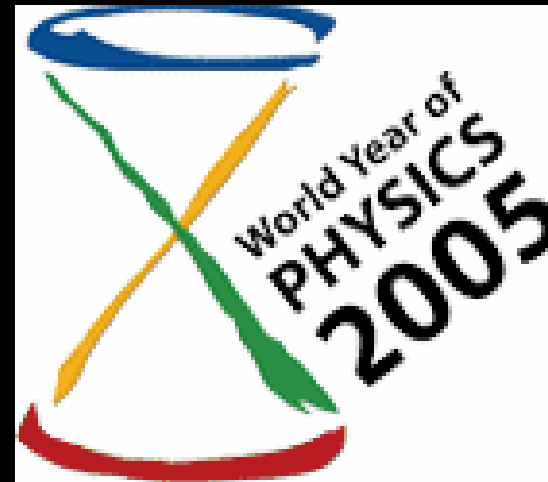
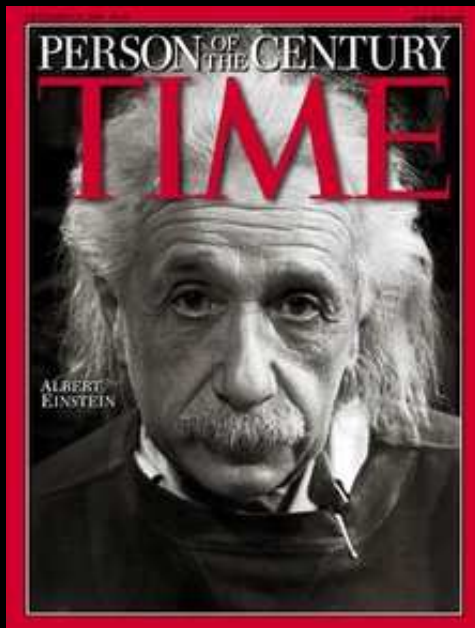
➤ La **Stazione di Riferimento** è composta da un ricevitore GPS di altissima qualità, posto in un punto (terrestre) di coordinate conosciute con estrema precisione

Essa confronta la posizione determinata dal suo ricevitore GPS con quella attesa, calcola le correzioni (ad es. dovute a effetti atmosferici) per annullarne la differenza e le diffonde tramite il proprio apparato radio-trasmittente

➤ La **Stazione Mobile** riceve le correzioni e le applica al punto determinato autonomamente. La precisione aumenta notevolmente, fino ad arrivare a pochi metri

➤ Usato anche in cartografia, ove con strumenti e tecniche opportune si raggiungono precisioni dell'ordine una decina di centimetri

Che c'entra questo signore con il GPS ?



1905-2005, cento anni di Relatività

Relatività "Speciale" e "Generale"

Relatività "Speciale"

Il tempo non è una variabile assoluta; è "relativo" al sistema in cui siamo e dipende dal rapporto tra la sua velocità v e la velocità della luce c

Il tempo scorre più lentamente se il sistema si muove ad alta velocità

Effetto trascurabile per $v \ll c$, come nella vita corrente

Si parla di coordinate di "spazio-tempo" proprie del sistema in cui siamo

Relatività "Generale"

Una massa determina una "curvatura" dello spazio-tempo

Così la Relatività Generale spiega l'attrazione gravitazionale

Una massa M crea attorno a sé un avallamento dello spazio-tempo entro cui un'altra massa m viene attratta, con una forza storicamente data dalla legge di Newton $F = G Mm/r^2$

Il paradosso dei gemelli

- Secondo la Teoria della Relatività, per chi si muove ad alte velocità il tempo scorre più lentamente
- Uno di due gemelli parte per un viaggio interspaziale a velocità prossima a quella della luce (PRATICAMENTE IMPOSSIBILE); al ritorno trova l'altro vecchissimo perché per lui il tempo è scorso più lentamente!
- Non è parte della nostra esperienza quotidiana, dove le velocità sono molto più basse di quelle della luce

Per la precisione delle misure GPS, dobbiamo tener conto della Teoria della Relatività ?

Il "canto" del satellite GPS e la Relatività

➤ Relatività Speciale:

Orbita con raggio medio $r=26.500$ km e periodo di rivoluzione $T=12$ ore: $V = 2\pi r/T = 4$ km/s.

Una velocità (su terra altissima) da confrontare con $c = 300.000$ km/s : il satellite GPS "canta" più lentamente, un suo secondo dura 1,000000000007 nostri secondi.

Alle precisioni richieste bisogna tenerne conto: fa una differenza di circa -7 micro-secondi al giorno !

➤ Relatività Generale

La "curvatura dello spazio-tempo" (prodotta dalla massa della Terra) all'altitudine del satellite è minore di quella al suolo e il tempo è accelerato: +45 micro-secondi al giorno

http://it.wikipedia.org/wiki/Global_Positioning_System

<http://www.astronomy.ohio-state.edu/~pogge/Ast162/Unit5/gps.html>

Conclusioni

- Il GPS è una invenzione che ha cambiato la vita pratica di oggi
- Diventa possibile conoscere la propria posizione con una precisione attorno alla decina di metri, per applicazioni specializzate anche meglio
- Applicazione di fisica fondamentale, e anche la Teoria della Relatività entra nella vita corrente
- Tecnologia sviluppata inizialmente per scopi militari, tuttora controllata dalla Difesa USA
- L'agenzia spaziale ESA della Comunità Europea sta preparando il suo sistema, per uso civile:
GALILEO

La futura costellazione dei 30 satelliti di GALILEO

(suddivisi in 3 diverse orbite ad un'altitudine di 23.000 km)



<http://www.esa.int/esaNA/galileo.html>